

# 一种基于边收缩的 3 维表面模型数据压缩算法

盛业华 王永波 阎国年 袁林旺

(南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室, 南京 210097)

**摘要** 随着数据采集尤其是 3 维激光扫描技术的发展, 对地物目标建立的表面模型越来越精细, 由于其不仅导致数据存储量急剧增大, 也降低了图形实时交互显示的速度, 因此必须对表面模型数据进行压缩处理。为了对原始扫描构模表面模型进行合理、有效的压缩处理, 在 Garland 提出的表面模型压缩算法的基础上, 提出了一种新的基于边收缩的表面模型数据压缩算法。该算法首先依据二次误差度量准则计算边收缩的代价, 同时确定各边收缩的顺序, 然后利用半空间测试方法判断边收缩的合法性, 以实现表面模型的边界区域与内部区域的同步压缩。实践表明, 该算法不仅在高压缩比的情况下仍能保留原始模型的几何特征, 而且能有效地保证压缩模型的质量。

**关键词** 数据压缩 3 维表面模型 3 维激光扫描 不规则三角网 边收缩

**中图分类号**: TP751.1 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2007)01-0159-05

## An Algorithm of Data Compression for 3D Surface Model Using the Rule of Edge Contraction

SHENG Ye-hua, WANG Yong-bo, LU Guo-nian, YUAN Lin-wang

(Key Laboratory of Virtual Geographic Environment, MOE, Nanjing Normal University, Nanjing 210097)

**Abstract** With the rapid development of data acquisition techniques, especially 3D laser scanning, surface models of any object constructed by modeling approaches become more and more elaborated, which result in great amount of data to be stored, and decreasing the speed of processing models. It is necessary to reasonably and effectively compress or simplify the surface model constructed from the original scanned point clouds. Based on the data compression algorithm proposed by Garland, a new algorithm for 3D surface model compression with edge contraction is put forward in this paper. The algorithm uses the rule of quadric error to calculate contraction cost of each edge and control the sequence of edges to be contracted. Half space testing is introduced to judge the validity of edge contraction. With this new algorithm, both the triangular faces at the boundary and in the interior of the surface model are compressed synchronously. Experimental results show that the algorithm can preserve the geometric characteristics of the original surface model at high compression ratio, which effectively guarantees the quality of the compressed surface models.

**Keywords** data compression, 3D surface model, 3D laser scanning, triangulated irregular network (TIN), edge contraction

## 1 引言

在虚拟现实、3 维地理信息系统、交互式可视化等领域, 通常是以不规则三角面片 (triangulated irregular network, TIN) 作为描述空间对象表面特征

的基本元素, 而且这些三角面片是通过连接位于对象表面的 3 维特征点形成的。现代数据采集技术, 尤其是 3 维激光扫描技术的发展, 可以快速、高精度地获得被扫描对象表面的离散 3 维点云数据, 其通过自动或交互式构模, 虽可得到能真实、准确再现扫描对象的表面 TIN 模型, 但是, 这种高效和高精度的

**基金项目**: 国家自然科学基金项目 (40671147); 江苏省高校自然科学重大基础研究项目 (05KJA17001)

**收稿日期**: 2005-08-18; **改回日期**: 2005-10-28

**第一作者简介**: 盛业华 (1965 ~ ), 男。1997 年获中国矿业大学博士学位。现为南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室教授、博士生导师。研究方向为虚拟地理环境、3D GIS。E-mail: shengyehua@njnu.edu.cn

数据获取手段也带来了许多新问题,例如仅对一幢建筑物按 10cm 间隔扫描,并构建 3 维表面模型,其三角面片的数目就达到百万级。由于其将导致庞大的数据存储量而严重降低模型的实时交互、绘制和渲染的效率,因此有必要在保留扫描对象表面特征的前提下,对高分辨率模型数据进行压缩处理。

国内外许多专家学者已对 3 维表面模型数据压缩方法展开了广泛而深入的研究,其中,较有代表性的有:Schroeder 等提出的基于顶点删除的表面模型数据压缩方法<sup>[1]</sup>;Garland 提出的基于边收缩的表面模型数据压缩方法<sup>[2]</sup>;Hamann 提出的基于三角形收缩的表面模型数据压缩方法<sup>[3]</sup>;Turk 提出的基于网格重新划分的表面模型数据压缩方法<sup>[4]</sup>;Hoppe 等提出的基于整体网格优化准则的表面模型数据压缩方法<sup>[5]</sup>。国内在这方面也进行了卓有成效的研究<sup>[6-10]</sup>。

其中,Garland 算法是采用二次误差(一种基于全局的误差度量准则)来度量模型压缩前后的差异,并对数据压缩过程中的误差传播方案进行了适当的化简。该算法虽具有较高的运行效率,且得到的模型具有较高的保真度,但该算法也存在如下问题:在数据压缩过程中,由于采取了人为夸大边界边的“边收缩代价”策略,从而限制了表面模型边界部分的压缩,并使得当对地形等具有“边界”的表面模型数据进行压缩时,压缩模型的边界顶点密度较高,非边界顶点密度较低,而且当对模型进行较大程度的压缩时,得到的模型与原始模型相比存在着严重失真。本文利用边收缩思想,提出了一种基于同步压缩模型的边界与内部区域的 3 维表面模型数据压缩算法。

## 2 算法描述

### 2.1 基本概念

**定义 1**<sup>[2]</sup> 一个连通的、节点互连的实体表面 TIN 模型是一个有限的三角形序列,其满足如下条件:

- (1) 表面模型中的每一条边至多被两个三角形共用,或者说至多是两个三角形的公共边;
- (2) 表面模型的顶点可以被任意多个三角形共享;
- (3) 每一个三角形至少和其他三角形共享一个顶点;
- (4) 如果三角形  $T_i$  的一个顶点同时被另一个三角形  $T_j$  共享,那么这个顶点也是三角形  $T_j$  的顶点;
- (5) 三角形互不交叠。

**定义 2** 对于连通的、节点互连的表面模型,将

与边  $E_i$  相关联的三角形模板  $P_i$  定义为所有和边  $E_i$  至少共享一个顶点的三角形  $T_i$  的集合。

**定义 3** 称三角形模板  $P_i$  的顶点集合(不包含待收缩的两个顶点  $v_1, v_2$ )为边界顶点集。由边界顶点集两两顺序(顺时针或者逆时针)相连构成的多边形称为边界多边形。

**定义 4** 边收缩是在表面数据压缩过程中,将符合要求的两个顶点合并为一个顶点,并删除退化三角形的过程(如图 1 所示)。

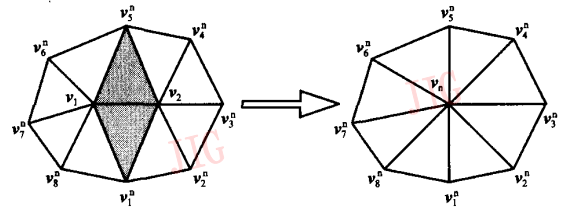


图 1 边收缩示意图  
Fig. 1 Sketch map for edge contraction

### 2.2 二次误差

实体表面模型中,由于构成模型的每一个顶点可以看作是一系列平面的交点,亦即和该顶点相邻的所有三角形面片的交点,因此,可以将每个顶点和一系列平面关联起来。对于边收缩  $(v_1, v_2) \rightarrow v_n$  而言,设与顶点  $v_1, v_2$  相关联的平面集合分别为  $S_1, S_2$ ,定义和新顶点  $v_n$ (下角 n 代表 new)相关联的平面集合为  $S_n = S_1 \cup S_2$ ,并且定义新顶点  $v_n$  处的误差为新顶点  $v_n$  到  $S_n$  中各关联平面的距离平方和,即

$$\Delta(v) = \Delta([v_x, v_y, v_z, 1]^T) = \sum_{p \in S_n} (p^T v)^2 \quad (1)$$

其中,  $p = [A, B, C, D]^T$ , 代表一个平面,  $A, B, C, D$  是平面方程  $Ax + By + Cz + D = 0$  的系数,且有  $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 。

式(1)可进一步表示为如下的二次形式:

$$\begin{aligned} \Delta(v) &= \sum_{p \in S_n} (v^T p)(p^T v) \\ &= \sum_{p \in S_n} v^T (pp^T) v = v^T \left( \sum_{p \in S_n} K_p \right) v \quad (2) \end{aligned}$$

其中

$$K_p = pp^T = \begin{bmatrix} A^2 & AB & AC & AD \\ AB & B^2 & BC & BD \\ AC & BC & C^2 & CD \\ AD & BD & CD & D^2 \end{bmatrix}$$

然后就可使用式(2)来求解空间中任意一点到平

面  $S_i$  的距离,并将不同平面对应的  $K_p$  相加,即可得到一个简单的矩阵  $Q$ ,然后利用矩阵  $Q$  就可以计算空间中任意一点至以上所有平面的距离之和。因此,将每个顶点和一个  $4 \times 4$  的矩阵相关联,即可将每个顶点  $v$  处的误差利用如下的二次方程式来表示: $\Delta(v) = v^T Q v$ 。

### 2.3 边收缩代价

对于指定的边收缩  $(v_1, v_2) \rightarrow v_n$ ,需要按照一定的规则确定  $v_n$  的位置。为了在压缩模型的同时保留模型的特征, $v_n$  的选取至关重要,本文采用如下方法求解  $v_n$ :

因为  $\Delta(v_n)$  是一个二次方程式,所以在满足  $\Delta(v_n) = \min$  的条件下,求解新顶点  $v_n$  等价于求解线性方程组  $\frac{\partial \Delta(v_n)}{\partial x} = \frac{\partial \Delta(v_n)}{\partial y} = \frac{\partial \Delta(v_n)}{\partial z} = 0$  的解,其可利用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} & q_{1,4} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} & q_{2,4} \\ q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} & q_{3,4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)可进一步改写为

$$\begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} \\ q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_{1,4} \\ q_{2,4} \\ q_{3,4} \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

令  $Q = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} \\ q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} \end{bmatrix}$ ,  $v_n = [v_x, v_y, v_z]^T$ ,  $L = [q_{1,4}, q_{2,4}, q_{3,4}]^T$ ,式(4)又可进一步表示为

$$Q v_n + L = 0 \quad (5)$$

如果方阵  $Q$  可逆,则可以得到

$$v_n = -Q^{-1}L \quad (6)$$

若方阵  $Q$  不可逆,则从  $v_1, v_2, (v_1 + v_2)/2$  三者之中选择一个,使得  $\Delta(v_n)$  取得最小值的点作为新顶点  $v_n$  的解。

为了有效地实现误差传播,需要计算新顶点  $v_n$  处的误差矩阵,进而确定其二次误差。新顶点  $v_n$  处的误差矩阵为  $Q_{v_n} = Q_1 + Q_2$ ,利用  $\Delta(v_n) = v_n^T \cdot Q_{v_n} \cdot v_n$  即可求得新顶点  $v_n$  的二次误差,将  $\Delta(v_n)$  定义为待收缩边  $\vec{v_1 v_2}$  的“边收缩代价”,并据此再对所有待收缩边进行排序,以确定边收缩的顺序。

### 2.4 半空间测试

在模型压缩过程中,为了有效地避免压缩结果

中 TIN 面片的空间自相交,应采用合适的算法判断边收缩操作的合法性。对于特定的边收缩操作  $(v_1, v_2) \rightarrow v_n$ ,本文采用一种称之为半空间测试的方法来判断其合法性,方法流程如下:

(1) 对于指定的边收缩  $(v_1, v_2) \rightarrow v_n$ ,可按照 2.3 节中给出的方法计算  $v_n$ ,并且根据顶点  $(v_1, v_2)$  周围的顶点和新顶点  $v_n$  构建新三角形序列  $T$ ;

(2) 根据新构建的三角形序列  $T$ ,求解过新顶点  $v_n$  的平均平面  $\bar{S}$ ,  $\bar{S}$  的表示形式为  $Ax + By + Cz + D = 0$ ,其中  $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ ;平均平面  $\bar{S}$  经过新顶点  $v_n$ ,平均平面  $\bar{S}$  的法向量  $n$  (如图 2 所示)可利用式(7)求解:

$$n = \frac{N}{|N|} \quad (7)$$

其中,  $N = \frac{\sum n_i A_i}{\sum A_i}$ ,  $n_i, A_i$  分别表示各相邻三角面片的法向、面积。

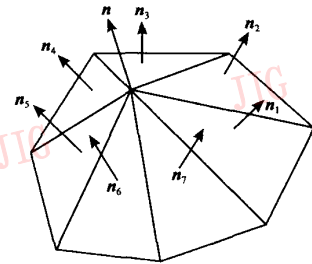


图 2 平均平面法向

Fig. 2 Normal vector of average plane

(3) 在平均平面  $\bar{S}$  上建立一个 2 维局部正交坐标系。该局部坐标系的坐标原点为  $v_n$ ,在平均平面  $\bar{S}$  内寻找两个单位正交向量  $b_1, b_2$ ,并将  $b_1, b_2$  的方向作为局部坐标系的两坐标轴方向,其可以用如下方式实现<sup>[3]</sup>:

求解和法向  $n$  正交的单位向量  $a$

$$a = \begin{cases} \frac{1}{n_x} (- (n_y + n_z), n_x, n_z), n_x \neq 0 \\ \frac{1}{n_y} (n_y, - (n_x + n_z), n_y), n_y \neq 0 \\ \frac{1}{n_z} (n_z, n_z, - (n_x + n_y)), n_z \neq 0 \end{cases} \quad (8)$$

单位向量  $b_1$  利用如下公式求解:

$$b_1 = \frac{a}{\|a\|}, \|a\| = \sqrt{a \cdot a} \quad (9)$$

单位向量  $b_2$  定义为  $n$  与  $b_1$  的矢量积,即

$$\mathbf{b}_2 = \mathbf{n} \times \mathbf{b}_1 \quad (10)$$

(4) 计算与  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$  相对应的边界顶点到平均平面  $\bar{S}$  的有向距离  $d_j (j=0, 1, \dots, n_i)$ :

$$d_j = \text{dist}(\mathbf{y}_j, \bar{S}) = \frac{A x_j + B y_j + C z_j + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$= A x_j + B y_j + C z_j + D \quad (11)$$

(5) 将与  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$  对应的边界顶点投影到平面  $\bar{S}$  上(如图 3 所示), 并且计算其在定义的局部坐标系中坐标。

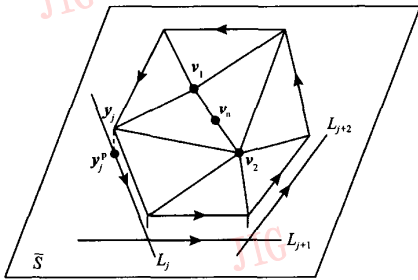


图 3 半空间测试

Fig. 3 Half space testing

若将所有的边界顶点投影到平面  $\bar{S}$  上, 则投影点的坐标向量即可按下式计算:

$$\mathbf{y}_j^p = \mathbf{y}_j - d_j \cdot \mathbf{n} \quad (12)$$

将  $\mathbf{y}_j^p$  (上角 p 代表 projected) 转换到局部坐标系中

$$(\mathbf{u}_j, \mathbf{v}_j)^T = (\mathbf{d}_j \cdot \mathbf{b}_1, \mathbf{d}_j \cdot \mathbf{b}_2)^T \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{d}_j = \mathbf{y}_j^p - \mathbf{v}_n$

(6) 计算与待收缩边  $\vec{v}_i \vec{v}_j$  相对应的边界多边形的各边在局部坐标系中的直线方程  $L_j$ :

$$L_j(u, v) = -\Delta v_j(u - u_j) + \Delta u_j(v - v_j) = 0 \quad (14)$$

其中,  $\Delta u_j = u_{(j+1) \bmod (n_i+1)} - u_j, \Delta v_j = v_{(j+1) \bmod (n_i+1)} - v_j$ ;

(7) 如果  $\mathbf{v}_n$  满足:  $L_j(0, 0) > 0, j=0, 1, \dots, n_i$ , 说明  $\mathbf{v}_n$  位于  $L_j, j=0, 1, \dots, n_i$  的正半空间, 则该边收缩操作可行; 否则, 不能收缩该边。

### 2.5 算法流程

综合以上算法思想, 本文给出的 3 维表面模型数据压缩算法的基本流程如下:

(1) 计算表面模型中各顶点的初始误差矩阵  $Q$ ;

(2) 为每个待收缩边  $\vec{v}_i \vec{v}_j (i \neq j)$  寻找一个最优收缩顶点  $\mathbf{v}_n$ , 并据此计算  $(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) \rightarrow \mathbf{v}_n$  的“边收缩代价”;

(3) 按照“边收缩代价”从小到大对所有待收

缩边进行排序, 并建立链表 List;

(4) 顺序从 List 中选择“边收缩代价”最小的待收缩边, 并作如下处理:

① 根据与待收缩边  $\vec{v}_i \vec{v}_j$  相关联的三角形模板  $P_{i,j}$ , 对  $\vec{v}_i \vec{v}_j$  所对应的边界顶点集合  $V$  按照逆时针方向排序;

② 利用半空间测试方法判断边收缩  $(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) \rightarrow \mathbf{v}_n$  的合法性; 若可行, 则转步骤③, 否则, 直接从 List 中删除该纪录, 处理下一条待收缩边, 并转步骤①;

③ 利用  $\mathbf{v}_n$  与边界顶点集合  $V$  来构建新的三角形序列, 记为  $T_{\text{new}}$ , 修改顶点  $\mathbf{v}_n$  以及  $V$  中所有边界顶点的关联信息, 即与顶点相邻的三角形号以及与顶点对应的三角形模板  $P_{i,j}$ ;

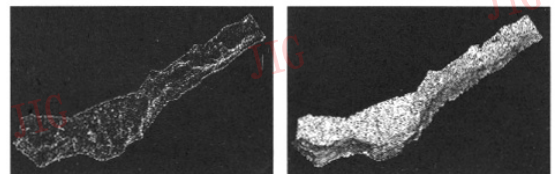
④ 若目标模型已达到预定的压缩比率, 则压缩过程结束, 输出最终结果。

(5) 若 List 为空, 且未达到预定的压缩比率, 则转步骤(1), 再次对中间结果进行压缩。

## 3 实例与讨论

为了验证本文方法的有效性, 以高密度 3 维表面模型为实验数据进行了数据压缩处理。图 4(a) 展示的是利用奥地利 Riegl 公司的 LMS-Z420i 系列 3 维激光扫描仪对某露天开采矿区的一个采掘坑进行扫描得到的点云数据, 而利用该 3 维激光扫描仪自带的 RiSCAN 软件对点云进行表面 TIN 构模, 所得到的表面模型如图 4(b) 所示, 其中原始扫描点云中的特征点数目为 11 594 个, 构建的三角面片数目为 21 098 个。为了对比本文方法的效果, 对原始表面模型分别使用 Garland 算法和本文算法进行不同压缩比的压缩处理。图 5 和图 6 给出了当压缩比分别为 75%、90% 时不同压缩算法处理后的结果。

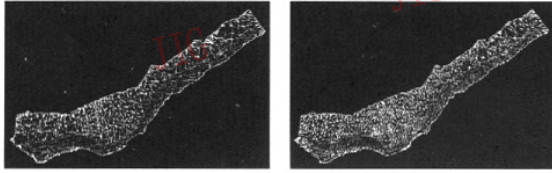
从图 5 可见, 当压缩比较低时, 利用 Garland 算法得到的模型与利用本文算法得到的模型, 两者的



(a) 点云数据 (b) 由点云构建的表面 TIN 模型

图 4 原始扫描点云和构建的表面模型

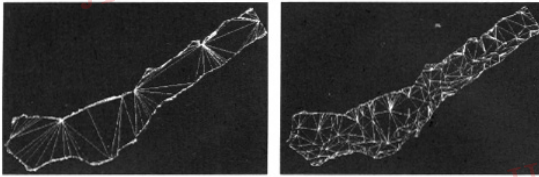
Fig. 4 Original data of point clouds and constructed surface model



(a) Garland 算法压缩结果 (b) 本文算法压缩结果

图 5 压缩比为 75% 时不同压缩算法的压缩效果对比

Fig. 5 Comparison between results with different algorithm at 75% compression ratio



(a) Garland 算法压缩结果 (b) 本文算法压缩结果

图 6 压缩比为 90% 时不同压缩算法的压缩效果对比

Fig. 6 Comparison between results with different algorithm at 90% compression ratio

差异不是十分明显。但是随着压缩比的增大,利用 Garland 算法得到的模型在边界部分顶点分布密集,而在模型的内部,顶点则较为稀疏,难以保留模型内部的细节特征,如表面的凹凸,其内部区域的特征与原始表面模型相比,已经严重失真(见图 6(a));本文算法则能兼顾模型的边界和内部,使得在压缩过程中,能较好地表现出原始模型内部特征的变化趋势,而且所得到的压缩模型与原始模型有更高的逼近度(见图 6(b))。由此可见,本文算法能在保留模型特征的前提下,实现大比率的模型压缩。

## 4 结 论

随着 3 维激光扫描仪应用的逐渐普及,虽然空间目标的表面建模越来越方便,但是高精细度的三维表面模型由于其庞大的数据量,仍给存储、交互、传输等造成极大的负担,因此,对 3 维表面模型进行合理、有效的压缩是必然需求。本文提出的基于边收缩的 3 维表面压缩算法是首先依据二次误差度量准则确定边收缩的顺序,然后利用半空间测试算法

判断边收缩的合法性,以便实现表面模型的边界区域与内部区域的同步压缩。该算法不仅在高压缩比的情况下仍能保留原始模型的特征,而且能有效地保证压缩模型的质量。实践表明,该算法不仅对具有边界的 3 维表面模型具有良好的压缩效果,而且对没有边界的自封闭型 3 维表面也同样适用。

## 参考文献 (References)

- Schroeder W J, Zarge J A, Lorensen W E. Decimation of triangulation meshes[J]. Computer Graphics, 1992, 26(2): 65 ~ 70.
- Garland M, Heckbert P S. Surface simplification using quadric error metrics[A]. In: SIGGRAPH '97 [C], Los Angeles, California, USA, 1997: 209 ~ 216.
- Hamann B. A data reduction scheme for triangulated surface[J]. Computer Aided Geometric design, 1994, 11(3): 197 ~ 214.
- Turk G. Re-tiling polygonal surface[J]. Computer Graphics, 1992, 26(2): 55 ~ 64.
- Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, et al. Mesh optimization. Computer Graphics [A]. In: SIGGRAPH '93 [C], Anaheim, California, USA, 1993: 19 ~ 26.
- CHEN Ji-hua, FAN Yu-qing. Mesh model simplification method based on volume criterion [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000, 26(4): 443 ~ 446. [成基华, 范玉青. 基于体积准则的网格模型简化方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2000, 26(4): 443 ~ 446.]
- MA Xiao-hu, PAN Zhi-geng, SHI Jiao-ying. Polyhedral model simplification method based on triangle removal Criterion [J]. Chinese Journal of Computers, 1998, 21(6): 492 ~ 498. [马小虎, 潘志庚, 石教英. 基于三角形移去准则的多面体模型简化方法[J]. 计算机学报, 1998, 21(6): 492 ~ 498.]
- ZHOU Shi-lin, TANG Xiao-an, CHEN Min, et al. An algorithm of vertex normal-based mesh model simplification [J]. Journal of Image and Graphics, 2002, 7A(6): 601 ~ 605. [周石琳, 汤晓安, 陈敏等. 基于多边形顶点法矢量的网格模型简化算法[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7A(6): 601 ~ 605.]
- ZHOU Kun, MA Xiao-hu, PAN Zhi-geng, et al. An improved algorithm of triangle mesh simplification based on retiling [J]. Journal of Software, 1998, 9(6): 405 ~ 408. [周昆, 马小虎, 潘志庚等. 基于重新划分的三角形网格简化的一种改进算法[J]. 软件学报, 1998, 9(6): 405 ~ 408.]
- ZHANG Ming-min, ZHOU Kun, PAN Zhi-geng. Triangle mesh simplification algorithm based on superenvelopes [J]. Journal of Software, 1999, 10(6): 584 ~ 588. [张明敏, 周昆, 潘志庚. 基于超包络的三角形网格简化算法[J]. 软件学报, 1999, 10(6): 584 ~ 588.]